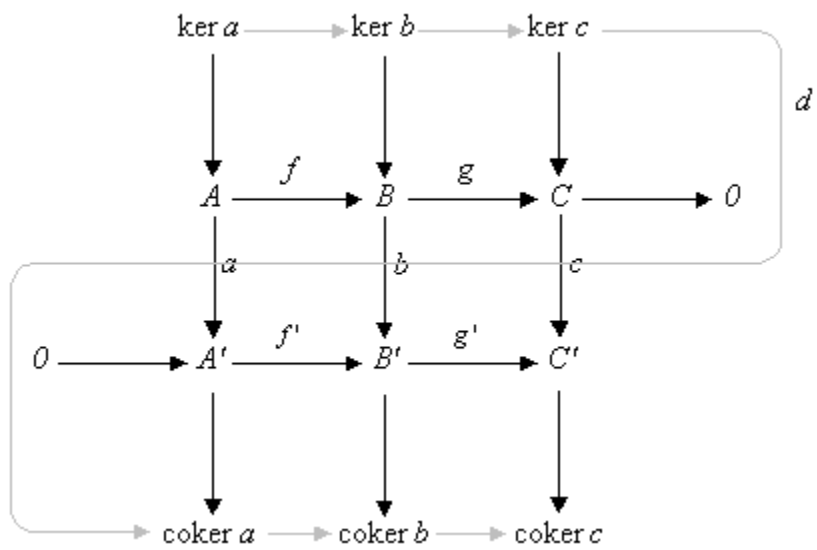


Prof. Dr. Alfred Toth

Eine Anwendung des Snake Lemmas in der Semiotik

1. Das Snake oder Schlangen-Lemma wird in der homologischen Algebra dazu benutzt, lange sog. exakte Sequenzen zu produzieren. Da es in jeder abelschen Kategorie anwendbar ist (vgl. z.B. Toth 2006, S. 37 ff.), muss es auch in der Semiotik anwendbar sein. Im folgenden kommutativen Diagramm sind die Zeilen exakte Sequenzen, und 0 ist das Null-Objekt (Hilton/Stammbach 1997, S. 99):



Dann gibt es eine exakte Sequenz, welche die Kerne und Cokerne von a, b, c miteinander verbindet:

$$\ker a \longrightarrow \ker b \longrightarrow \ker c \xrightarrow{d} \operatorname{coker} a \longrightarrow \operatorname{coker} b \longrightarrow \operatorname{coker} c$$

2. Vorab sei bemerkt, dass sich Sequenzen im Bereich der natürlichen Zahlen einschliesslich der Null

$$\mathbb{N} \cup 0 = 0, 1, 2, 3, \dots, n$$

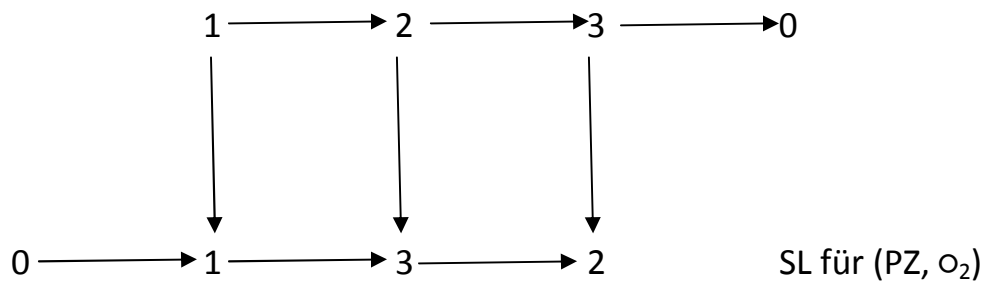
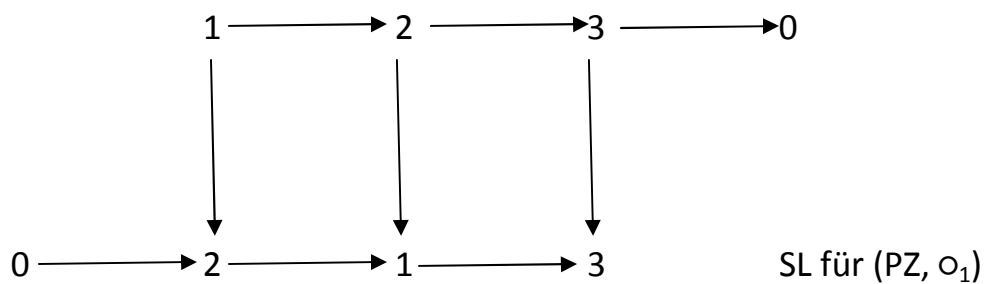
bekanntlich beliebig verlängern lassen, dass aber in der Semiotik aufgrund des Peirceschen Triadizitätsgesetzes (vgl. z.B. Toth 2007, S. 173 ff.) nicht weiter als bis 3 gezählt werden kann, da sich jede n-adische Relation mit $n > 3$ auf triadische Relationen zurückführen lässt:

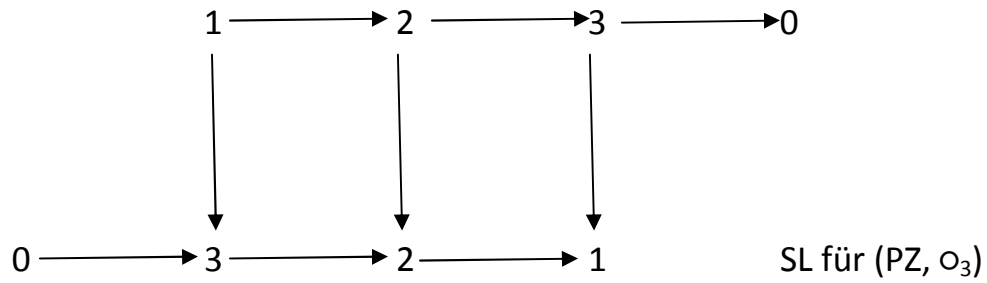
$$PZ \cup 0 = 0, 1, 2, 3 / 1, 2, 3 / 1, 2, 3 / \dots .,$$

sodass man semiotische triadische Sequenzen besser wie folgt darstellt:

$$0, 1, 2, 3, 0 / 0, 1, 2, 3, 0 / 0, 1, 2, 3, 0 /, \dots .$$

3. Nun gibt es, wie zuletzt in Toth (2010) gezeigt, genau 3 abelsche semiotische Gruppen: (PZ, o_1) , (PZ, o_2) , (PZ, o_3) mit $o_1: 1 \leftrightarrow 2$, $o_2: 2 \leftrightarrow 3$ und $o_3: 1 \leftrightarrow 3$. Damit können wir für die Semiotik die folgenden 3 Snake-Diagramme aufstellen:





Bibliographie

Hilton, Peter J./Stammbach, Urs, a Course in Homological Algebra. New York 1997

Toth, Alfred, Grundlegung einer mathematischen Semiotik. Klagenfurt 2006, 2. Aufl. 2008

Toth, Alfred, Zwischen den Kontexturen. Klagenfurt 2007

Toth, Alfred, Semiotische Homologiegruppen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2010

14.12.2010